

1. Introduzione

Nel presente articolo è descritto un simpatico test di primalità che si serve della Successione di Lucas.

2. Successione di Lucas

La Successione di Lucas, che indichiamo con $(L_n)_{\forall n \in \mathbb{N}_0}$, è definita nel seguente modo:

$$\begin{cases} L_n = L_{n-2} + L_{n-1} & \forall n \geq 2 \\ L_0 = 2 \\ L_1 = 1 \end{cases}$$

È facile verificare che lo sviluppo di tale successione corrisponde alla seguente:

$$(L_n) = \{2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots\}$$

La Successione di Lucas, come la Successione di Fibonacci è dotata di particolari proprietà matematiche.

3. Test di primalità

Un numero intero n è primo, se risulta vera la seguente relazione:

$$L_n \equiv 1 \pmod{n}$$

Ad esempio, eseguiamo il test per i primi 10 numeri:

| n | L_n | $L_n \pmod{n}$ | Test |
|-----|-------|----------------|-----------|
| 1 | 1 | 0 | Non primo |
| 2 | 3 | 1 | Primo |
| 3 | 4 | 1 | Primo |
| 4 | 7 | 3 | Non primo |
| 5 | 11 | 1 | Primo |
| 6 | 18 | 0 | Non primo |
| 7 | 29 | 1 | Primo |
| 8 | 47 | 7 | Non primo |
| 9 | 76 | 4 | Non primo |
| 10 | 123 | 3 | Non primo |

4. Conclusioni

La validità del test è una congettura, in quanto non è stata formulata una dimostrazione.